

Grafika komputerowa
Wykład 7

Modelowanie obiektów graficznych cz. I

Romuald Kotowski

Instytut Informatyki i Automatyki

Państwowa Wyższa Szkoła Informatyki i Przedsiębiorczości w Łomży

2009

Spis treści

- 1 Wstęp
- 2 Reprezentacja obiektów graficznych
 - Reprezentacja krzywych
 - Funkcje sklejjane
 - Krzywe Béziera
 - Krzywe B-sklejjane

Spis treści

- 1 Wstęp
- 2 Reprezentacja obiektów graficznych
 - Reprezentacja krzywych
 - Funkcje sklejjane
 - Krzywe Béziera
 - Krzywe B-sklejjane

Podstawowe pojęcia

Samouczek CorelDraw

Linia Béziera – prosta lub krzywa linia składająca się z segmentów połączonych węzłami. Każdy z węzłów ma punkty kontrolne pozwalające na modyfikację kształtu linii.

Węzły – kwadratowe punkty na każdym z końców segmentu linii lub krzywej. Przez przeciąganie jednego lub większej liczby węzłów można zmieniać kształt linii lub krzywej.

Obiekt graficzny – wszystko co da się narysować z użyciem komputera:

- krzywa,
- płaska figura,
- powierzchnia,
- trójwymiarowa bryła.

Struktura obiektu nie musi być topologicznie jednorodna. Możemy dowolnie łączyć bryły i krzywe. Liczba danych dających kompletny opis obiektu graficznego zależy nie tylko od jego geometrii (kształtu), lecz również od sposobu wizualizacji.

Krzywe i powierzchnie

Bardzo często, w wielu zagadnieniach praktycznych, chcąc wykreślić krzywą lub powierzchnię znamy tylko skończoną liczbę punktów leżących na krzywej lub na powierzchni. Taka sytuacja zachodzi np. przy kreśleniu map geograficznych – gdy chcemy wykreślić poziomice, lub przy kreśleniu map pogody – gdy chcemy wykreślić izobary.

Zadanie to pomaga nam rozwiązać analiza matematyczna, a to z kolei pozwala opracować odpowiednie metody numeryczne by można je było zaimplementować w komputerach.

Wstęp

Krzywe i powierzchnie

Stosowane są dwie metody:

- interpolacja – polega na wyborze funkcji pewnej klasy i na takim doborze jej współczynników, by przechodziła przez dane punkty lub krzywe,
- aproksymacja – funkcja jest znana, ale na tyle skomplikowana, że ze względu na koszt (liczbę wykonywanych działań) obliczania jej wartości opłaca się przybliżyć ją z niewielkim błędem funkcją prostszą, tańszą w rachunku numerycznym – jako funkcje przybliżające najczęściej wybiera się wielomiany, gdyż łatwo się je reprezentuje (zapamiętując ich współczynniki w wybranej bazie) i wykonuje na nich działania dodawania, odejmowania i mnożenia, a także operacje różniczkowania i całkowania.

Krzywe i powierzchnie

Stosowane są dwie metody:

- interpolacja – polega na wyborze funkcji pewnej klasy i na takim doborze jej współczynników, by przechodziła przez dane punkty lub krzywe,
- aproksymacja – funkcja jest znana, ale na tyle skomplikowana, że ze względu na koszt (liczbę wykonywanych działań) obliczania jej wartości opłaca się przybliżyć ją z niewielkim błędem funkcją prostszą, tańszą w rachunku numerycznym – jako funkcje przybliżające najczęściej wybiera się wielomiany, gdyż łatwo się je reprezentuje (zapamiętując ich współczynniki w wybranej bazie) i wykonuje na nich działania dodawania, odejmowania i mnożenia, a także operacje różniczkowania i całkowania.

Krzywe i powierzchnie

Bardzo często, oprócz samego wykreślania krzywych i powierzchni, chcemy mieć metody pozwalające modyfikować te obiekty.

Zastosowanie:

- projektowanie (geometryczne) komputerowo wspomagane (**CAD** – Computer Aided (Geometric) Design) oraz
- produkcja wspomagana komputerowo (**CAM** – Computer Aided Manufacturing).

Pierwszy system komputerowego wspomaganie projektowania karoserii samochodowych powstał już na początku lat sześćdziesiątych, a jego twórca był P. Bézier, jeden z dyrektorów firmy Renault, a którego nazwiskiem nazwano klasę modelowanych krzywych i powierzchni.

Krzywe i powierzchnie

Bardzo często, oprócz samego wykreślenia krzywych i powierzchni, chcemy mieć metody pozwalające modyfikować te obiekty.

Zastosowanie:

- projektowanie (geometryczne) komputerowo wspomagane (**CAD** – Computer Aided (Geometric) Design) oraz
- produkcja wspomagana komputerowo (**CAM** – Computer Aided Manufacturing).

Pierwszy system komputerowego wspomaganie projektowania karoserii samochodowych powstał już na początku lat sześćdziesiątych, a jego twórca był P. Bézier, jeden z dyrektorów firmy Renault, a którego nazwiskiem nazwano klasę modelowanych krzywych i powierzchni.

Spis treści

- 1 Wstęp
- 2 Reprezentacja obiektów graficznych
 - Reprezentacja krzywych
 - Funkcje sklejjane
 - Krzywe Béziera
 - Krzywe B-sklejjane

Obiekty graficzne

Reprezentacja krzywych

Parametryczne przedstawienie krzywej

$$Q(t) = (x(t), y(t), z(t))$$

x, y, z – ciągłe funkcje zmiennej $t \in [a, b]$

Przykład

krzywej zdefiniowanej parametrycznie: krzywa śrubowa

$$Q(t) = (r \cos t, ht, r \cos t)$$

Obiekty graficzne

Reprezentacja krzywych

Tą samą krzywą można parametryzować na różne sposoby.

Definicja

Dwa przedstawienia

$$Q = Q_1(t), \quad t \in [a, b] \text{ i } Q = Q_2(\tau), \quad \tau \in [\alpha, \beta]$$

nazywamy równoważnymi, jeśli istnieje taka ciągła i niemalejąca funkcja $t = t(\tau)$

$$t : [\alpha, \beta] \rightarrow [a, b]$$

że $Q_1(t(\tau)) = Q_2(\tau)$

Obiekty graficzne

Reprezentacja krzywych

Często wygodnie jest dzielić krzywą na fragmenty punktami, którym odpowiadają takie wartości parametru t , że

$$a = t_0 < t_1 < t_2 \dots < t_k = b$$

i traktować te kawałki krzywej osobno. W tym celu wprowadzimy lokalne równoważne przedstawienie.

Dla fragmentu krzywej odpowiadającego $t \in [t_i, t_{i+1}]$ przyjmujemy

$$t = t_i + u(t_{i+1} - t_i)$$

i tym samym normalizujemy jego parametryzację do przedziału jednostkowego, czyli $u \in [0, 1]$.

Obiekty graficzne

Przypomnienie

Wektor styczny do krzywej $Q(t) : (x(t), y(t), z(t))$ w punkcie t_0

$$\frac{dQ(t_0)}{dt} = \left[\frac{dx(t_0)}{dt}, \frac{dy(t_0)}{dt}, \frac{dz(t_0)}{dt} \right]$$

Jeśli pochodna $\frac{dQ}{dt}$ punkcie $t = t_0$ nie istnieje lub jest wektorem zerowym, to taki punkt nazywamy *osobliwym*.

Dla linii śrubowej: $(-r \sin t_0, h, r \cos t_0)$

Obiekty graficzne

Przypomnienie

Długość łuku krzywej

$$s = \int_a^b \left| \frac{dQ}{dt} \right| dt = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz(t)}{dt} \right)^2}$$

Dla linii śrubowej dla $t \in [0, T]$:

$$s = \int_0^T \sqrt{(-r \sin t)^2 + h^2 + (r \cos t)^2} dt = \sqrt{r^2 + h^2} T$$

Obiekty graficzne

Przypomnienie

Krzywizna

$$\kappa = \lim_{R \rightarrow P} \frac{\varphi}{h}$$

 P, R – punkty na krzywej $Q = Q(s)$ φ – kąt pomiędzy stycznymi do krzywej w punktach P i R h – długość łuku pomiędzy punktami P i R Dla prostej $\kappa = 0$ Dla linii śrubowej: $\kappa = \frac{r}{r^2 + h^2}$ Promień krzywizny: $\rho = \frac{1}{\kappa}$

Obiekty graficzne

Interpolacja wielomianami

Wielomian

$$w_n(t) = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \dots + a_1 t^1 + a_0$$

można traktować jako kombinację liniową funkcji bazowych $1, t, \dots, t^n$.

Wartość wielomianu obliczamy korzystając z **algorytmu Hornera**

$$w = a_n$$

dla $i = n - 1, n - 2, \dots, 0$

$$w = w \cdot t + a_i$$

Obiekty graficzne

Zadanie

Znajdź wielomian stopnia nie wyższego niż n , który w węzłach t_0, t_1, \dots, t_n ($t_i \neq t_j$ dla $i \neq j$), przyjmuje zadane wartości v_0, v_1, \dots, v_n

Interpolacja Lagrange'a

Sprawdzić, że tę właściwość

$$L_n(t_i) = v_i, \text{ dla } i = 0, 1, \dots, n$$

ma wielomian

$$L_n(t) = \sum_{i=0}^n v_i \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{t - t_j}{t_i - t_j}$$

Obiekty graficzne

Interpolacja Lagrange'a

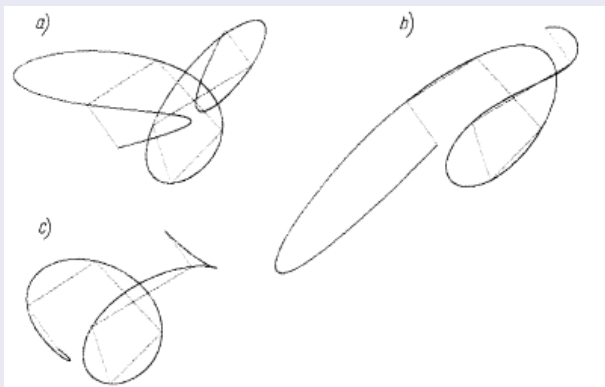
Gdy interesuje nas wielomian interpolujący krzywą zadaną parametrycznie w postaci funkcji wektorowej przechodzącej przez punkty $P_i = (x_i, y_i, z_i)$

$$L_n(t) = \sum_{i=0}^n P_i \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{t - t_j}{t_i - t_j}$$

Przy różnych wyborach t_i , parametryzacje krzywych na ogół nie są równoważne (patrz rys. 1).

Obiekty graficzne

Interpolacja Lagrange'a



Rys. 1: Wielomianowa krzywa interpolująca te same punkty przy różnych parametryzacjach: a) $t_i \in \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 10\}$; b) $t_i \in \{1, 5, 6, 10, 12, 17, 21, 24\}$; c) $t_i = i, i = 1, 2, \dots, 8$

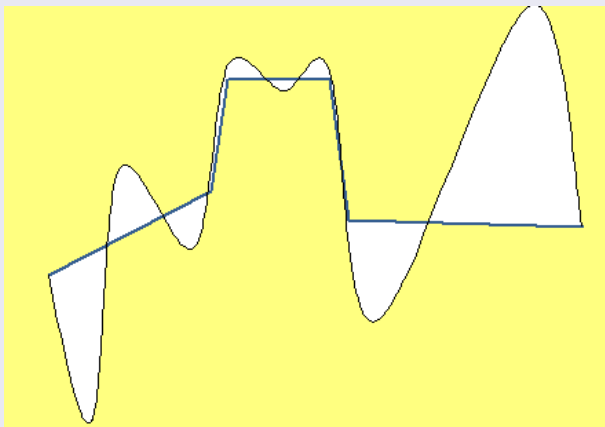
Obiekty graficzne

Interpolacja Lagrange'a

Okazuje się, że szczególnie dla większej liczby punktów, a tym samym wyższego stopnia n , wielomian interpolacyjny może bardzo oscylować między punktami P_i (patrz rys. 1), co w większości przypadków poważnie utrudnia modelowanie krzywych. Rozwiązanie wolne od tej wady polega na zastąpieniu jednego wielomianu, przybliżającego krzywą w całym przedziale $[a, b]$ zmienności parametru t , na ogół różnymi wielomianami niskiego stopnia określonymi w podprzedziałach. Współczynniki tych wielomianów dobiera się tak, by ich połączenie było odpowiednio regularną funkcją na całym odcinku $[a, b]$. Metoda ta, to **metoda funkcji sklejjanych**.

Obiekty graficzne

Interpolacja Lagrange'a



Rys. 2: Wielomian interpolacyjny może silnie oscylować

Spis treści

- 1 Wstęp
- 2 **Reprezentacja obiektów graficznych**
 - Reprezentacja krzywych
 - **Funkcje sklejące**
 - Krzywe Béziera
 - Krzywe B-sklejane

Obiekty graficzne

Definicja

Funkcję rzeczywistą S nazywamy **funkcją sklejaną stopnia m** z węzłami

$$a = t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n = b$$

jeśli

- w każdym przedziale $[t_i, t_{i+1})$ dla $i = 0, 1, \dots, n - 1$, S jest wielomianem stopnia nie wyższego niż m
- funkcja S i jej pochodne rzędu $1, 2, \dots, m - 1$ są ciągłe dla $t \in [a, b]$, lub krócej $S \in C_{[ab]}^{m-1}$.

Na ogół wystarcza użycie kubicznej funkcji sklepanej , czyli

$$S(t) = a_i + b_i u + c_i u^2 + d_i u^3, \quad i = 0, 1, \dots, n - 1$$

Obiekty graficzne

Definicja

Funkcję rzeczywistą S nazywamy **funkcją sklepaną stopnia m** z węzłami

$$a = t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n = b$$

jeśli

- w każdym przedziale $[t_i, t_{i+1})$ dla $i = 0, 1, \dots, n - 1$, S jest wielomianem stopnia nie wyższego niż m
- funkcja S i jej pochodne rzędu $1, 2, \dots, m - 1$ są ciągłe dla $t \in [a, b]$, lub krócej $S \in C_{[ab]}^{m-1}$.

Na ogół wystarcza użycie kubicznej funkcji sklepanej , czyli

$$S(t) = a_i + b_i u + c_i u^2 + d_i u^3, \quad i = 0, 1, \dots, n - 1$$

Obiekty graficzne

Funkcje sklepane

Zakładamy, że wszystkie węzły $a = t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n = b$ są różne. Wprowadzamy oznaczenie: $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$.

Z warunków interpolacyjnych wynika, że

$$a_i = v_i$$

Z warunku na ciągłość drugiej pochodnej w węzłach t_i dostajemy

$$2c_{i+1} = 2c_i + 6d_i\Delta t_i, \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$

a stąd

$$d_i = \frac{c_{i+1} - c_i}{3\Delta t_i}$$

Obiekty graficzne

Funkcje sklejące

Z ciągłości funkcji skleianej S w t_i , z warunku $S(t_n) = v_n$, z ciągłości pochodnej S' w węzłach t_i i po pewnych przekształceniach otrzymujemy $n - 1$ równań z $n + 1$ niewiadomymi.

Brakujące warunki możemy otrzymać z przyjęcia różnych warunków brzegowych, np. żądając by $S''(t_0) = S''(t_n) = 0$, i wtedy $c_0 = c_n = 0$.

Inne warunki brzegowe wynikają np. z okresowości funkcji skleianej, co w przypadku funkcji kubicznej daje warunki

$$v_0 = v_n, \quad c_0 = c_n, \quad b_0 = b_{n-1} + 2c_{n-1}\Delta t_{n-1} + 3dn - 1(\Delta t_{n-1})^2$$

Obiekty graficzne

Funkcje sklepane

W ogólności musimy rozwiązać układ równań

$$\begin{bmatrix} 2 & \beta_1 & & & & & & & & & \\ \alpha_2 & 2 & \beta_2 & & & & & & & & \\ & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & \\ & & & & \cdot & \cdot & \cdot & & & & \\ & & & & & \alpha_{n-2} & 2 & \beta_{n-2} & & & \\ & & & & & \alpha_{n-1} & 2 & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1^* \\ c_2^* \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ c_{n-2}^* \\ c_{n-1}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma_{n-2} \\ \gamma_{n-1} \end{bmatrix}$$

gdzie $c_i^* = \frac{c_i}{3}$, $\alpha_i = \frac{\Delta t_{i-1}}{\Delta t_{i-1} + \Delta t_i}$, $\beta_i = \frac{\Delta t_i}{\Delta t_{i-1} + \Delta t_i}$,

$$\gamma_i = \left(\frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta t_i} - \frac{v_i - v_{i-1}}{\Delta t_{i-1}} \right) / (\Delta t_{i-1} + \Delta t_i)$$

Spis treści

- 1 Wstęp
- 2 Reprezentacja obiektów graficznych**
 - Reprezentacja krzywych
 - Funkcje sklejjane
 - Krzywe Béziera**
 - Krzywe B-sklejjane

Obiekty graficzne

Krzywe Béziera

Krzywe Béziera (i P. de Casteljau) to kombinacja liniowa

$$Q(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_i^n(u), \quad t \in [t_0, t_1]$$

gdzie

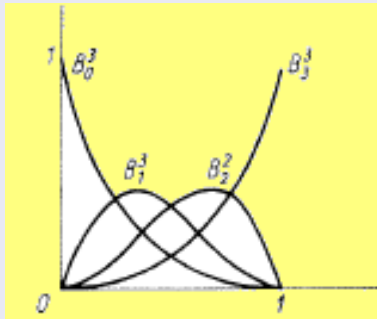
$$B_i^n(u) = \binom{n}{i} (1-u)^{n-i} u^i, \quad u \in [0, 1]$$

wielomiany Bernsteina, P_i – punkty w \mathbb{R}^2 lub w \mathbb{R}^3 . W celu ograniczenia dziedziny funkcji stosuje się lokalną parametryzację

$$t = t_0 + u(t_1 - t_0), \quad u \in [0, 1]$$

Obiekty graficzne

Krzywe Béziera



Rys. 3: Wielomiany Bernsteina stopnia 3

Obiekty graficzne

Krzywe Béziera

Dla $n = 3$ krzywą Béziera aproksymującą krzywą przechodzącą przez cztery punkty pokazano na rys. 4. Jest ona postaci

$$Q(t) = P_0(1-t)^3 + 3P_1(1-t)^2t + 3P_2(1-t)t^2 + P_3t^3$$

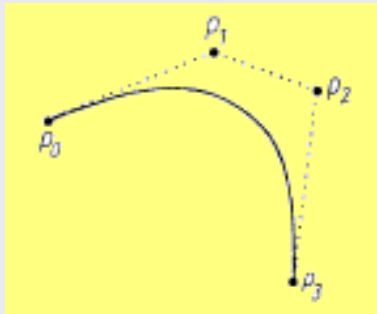
Widać, że

$$Q(0) = P_0, \quad Q(1) = P_3, \quad Q'(0) = 3(P_1 - P_0), \quad Q'(1) = 3(P_3 - P_2)$$

Krzywa Béziera najczęściej przechodzi tylko przez krańcowe punkty kontrolne P_0 i P_n . W nich też znamy kierunki stycznych do krzywej, określone odpowiednio wektorami $P_1 - P_0$ i $P_n - P_{n-1}$.

Obiekty graficzne

Krzywe Béziera



Rys. 4: Kubiczna krzywa Béziera

Obiekty graficzne

Krzywe Béziera

Najważniejsze właściwości wielomianów Bernsteina to:

- $\sum_{i=0}^n B_i^n(u) = 1$
- $B_i^n(u) \geq 0$ dla $u \in [0, 1]$
- $B_i^n(u) = (1-u)B_i^{n-1}(u) + uB_{i-1}^{n-1}(u)$

Z dwóch pierwszych wynika, że krzywa Béziera leży w powłoce wypukłej punktów kontrolnych P_i , $i = 0, 1, \dots, n$. Trzecia zależność, rekurencyjna, prowadzi do algorytmu obliczania wartości $Q(t)$, czyli wyznaczania punktów leżących na krzywej Béziera.

Obiekty graficzne

Krzywe Béziera

Najważniejsze właściwości wielomianów Bernsteina to:

- $\sum_{i=0}^n B_i^n(u) = 1$
- $B_i^n(u) \leq 0$ dla $u \in [0, 1]$
- $B_i^n(u) = (1-u)B_i^{n-1}(u) + uB_{i-1}^{n-1}(u)$

Z dwóch pierwszych wynika, że krzywa Béziera leży w powłoce wypukłej punktów kontrolnych P_i , $i = 0, 1, \dots, n$. Trzecia zależność, rekurencyjna, prowadzi do algorytmu obliczania wartości $Q(t)$, czyli wyznaczania punktów leżących na krzywej Béziera.

Obiekty graficzne

Krzywe Béziera

Najważniejsze właściwości wielomianów Bernsteina to:

- $\sum_{i=0}^n B_i^n(u) = 1$
- $B_i^n(u) \leq 0$ dla $u \in [0, 1]$
- $B_i^n(u) = (1 - u)B_i^{n-1}(u) + uB_{i-1}^{n-1}(u)$

Z dwóch pierwszych wynika, że krzywa Béziera leży w powłoce wypukłej punktów kontrolnych P_i , $i = 0, 1, \dots, n$. Trzecia zależność, rekurencyjna, prowadzi do algorytmu obliczania wartości $Q(t)$, czyli wyznaczania punktów leżących na krzywej Béziera.

Obiekty graficzne

Algorytm de Casteljau wyznaczania punktów krzywej Béziera

oblicz wartość odpowiadającą lokalnej parametryzacji

$$u = \frac{t - t_0}{t_1 - t_0}$$

dla $i = 0, 1, \dots, n$ podstaw $P_{i,0} = P_i$

dla $j = 0, 1, \dots, n$

$$P_{i,j} = (1 - u)P_{i-1,j-1} + uP_{i,j-1}$$

Spis treści

- 1 Wstęp
- 2 Reprezentacja obiektów graficznych
 - Reprezentacja krzywych
 - Funkcje sklejjane
 - Krzywe Béziera
 - Krzywe B-sklejjane

Obiekty graficzne

Krzywe B-sklejane

Krzywa B-sklejana to kombinacja liniowa

$$Q(t) = \sum_{i=0}^n P_i N_i^m(t)$$

P_i – punkty kontrolne (de Boora)

$N_i^m(t)$ – funkcje bazowe

Obiekty graficzne

Krzywe B-sklejane

Wzór rekurencyjny

$$N_i^0(t) = \begin{cases} 1 & \text{dla } t \in [t_i, t_{i+1}] \\ 0 & \text{dla pozostałych } t \end{cases}$$

$$N_i^j(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+j} - t_i} N_i^{j-1}(t) + \frac{t_{i+j+1} - t}{t_{i+j+1} - t_{i+1}} N_{i+1}^{j-1}(t), \quad \text{dla } j > 0$$

Obiekty graficzne

Krzywe B-sklejane

Duże znaczenie ma dobór punktów kontrolnych. Często bierze się je jako równoodległe, czyli np. $t_j = j$.

Jeśli krzywa jest otwarta, to krzywa zawsze przechodzi przez punkty krańcowe de Boora.

Gdy krzywa jest zamknięta, to przyjmujemy, że punkty de Boora i węzły są cykliczne, czyli P_1 jest następnikiem P_n , a różnice między kolejnymi węzłami brzegowymi $t_{n+1}, t_{n+2}, \dots, t_{n+m+}$ są takie same jak między t_0, t_1, \dots, t_m .

Obiekty graficzne

Krzywe B-sklejane

Jeśli

$$t_{j-1} < t_j = T_{j+1} = \dots + t_{j+k-1} < t_{j+k}$$

to węzeł t_j nazywamy węzłem wielokrotnym (k - krotnym), a krzywa B-sklejana może mieć nawet szpic (rys. 5).

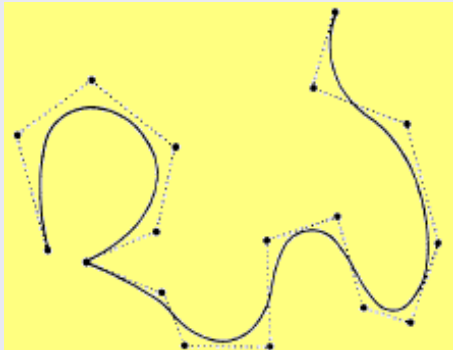
W szczególnym przypadku dwóch węzłów $(m+1)$ -krotnych, $t_0 = t_1 = \dots = t_m = 0$ i $t_{m+1} = t_{m+2} = \dots = t_{2m+1} = 1$ funkcje N_i^m , ($i = 0, 1, \dots, m$) degenerują się do wielomianów Bernsteina

$$N_i^m(t) = \binom{m}{i} (1-t)^{m-i} t^i$$

czyli krzywe B-sklejane można uważać za uogólnienie krzywych Béziera.

Obiekty graficzne

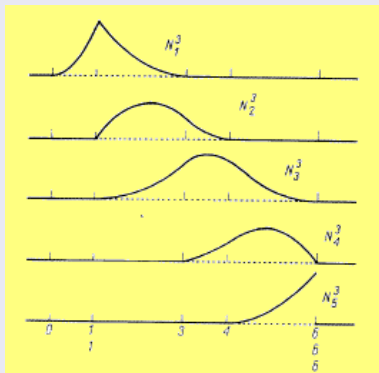
Krzywe B-sklejane



Rys. 5: Krzywa B-sklejana interpolująca punkt odpowiadający węzłowi o maksymalnej krotności

Obiekty graficzne

Krzywe B-sklejjane



Rys. 6: Funkcje bazowe oparte na węzłach wielokrotnych

Obiekty graficzne

Krzywe B-sklejane

Okazuje się, że krzywa B-sklejana leży wewnątrz powłoki wypukłej punktów de Boora. Ponieważ jednak dla każdego punktu $Q = Q(t)$ krzywej tylko $m + 1$ punktów P_i określa jego położenie, więc Q musi leżeć wewnątrz powłoki wypukłej tych $m + 1$ punktów kontrolnych. A zatem cała krzywa B-sklejana leży wewnątrz sumy powłok wypukłych kolejnych $m + 1$ punktów P_i . Przykłady takich obszarów dla $m = 1, 2$ i 3 zostały zakreskowane na rys. 7.

Obiekty graficzne

Krzywe B-sklejane



Rys. 7: Własność powłoki wypukłej krzywej B-sklejanej

Obiekty graficzne

Algorytm de Boora i Coxa wyznaczania punktów krzywej B-sklejanej

dla $i = j - m + k, j - m + k + 1, \dots, j$

dla $l = 1, 2, \dots, m - k$

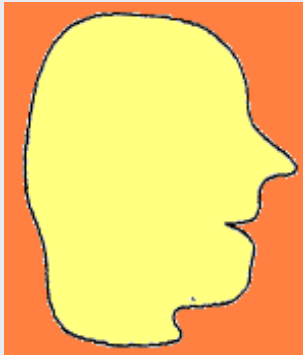
dla $i = j - m + k + l, \dots, j$

$$\alpha_{i,l} = \frac{t - t_i}{t_{i+m+1-l} - t_i}$$

$$P_{i,l} = (1 - \alpha_{i,l})P_{i-1,l-1} + \alpha_{i,l}P_{i,l-1}$$

Obiekty graficzne

Krzywe B-sklejane



Rys. 8: Zamknięta krzywa B-sklejana

Literatura

[1] M. Jankowski, Elementy grafiki komputerowej, WNT, 2006

Koniec? :-)

Koniec wykładu 7