Elementy Modelowania Matematycznego
Wykład 10

Modelowanie metodami teorii gier

Romuald Kotowski

Katedra Informatyki Stosowanej

PJWSTK 2009

Spis treści

Spis treści

Spis treści

Spis treści

Spis treści

Wstęp

W sporcie i grach towarzyskich najczęściej mamy do czynienia z bezpośrednią konfrontacją interesów (ktoś wygrywa, a ktoś przegrywa). Jednak jest wiele sytuacji dotyczących wzajemnych zależności nie pasujących do tego schematu. Faktycznie większość sytuacji zawiera zarówno elementy konfliktu, juk tez elementy możliwej kooperacji albo kombinację obu tych elementów. Weźmy pod uwagę firmę, w której dwaj szefowie współpracują nad wytworzeniem nowego produktu. Ich indywidualne działania mogą wpłynąć na dochody każdego z nich, a więc mamy do czynienia z sytuacją wzajemnej zależności. Czy jednak musi tu być wygrany i przegrany? Można sobie wyobrazić wynik, przy którym obaj szefowie w pewnym stopniu 'wygrywają' albo 'przegrywają'. Prawdopodobnie, gdyby obaj szefowie współpracowali ze sobą nad wytworzeniem nowego produktu, to mogliby skorzystać z efektów realizacji projektu. Ale również możliwe jest, że każdy z szefów będzie chciał zaangażować w projekt mniej wysiłku niż chciałby tego drugi.

Wstęp

Innym przykładem obejmującym elementy konfliktu i kooperacji to problem zawarcia porozumienia pomiędzy pracownikiem a pracodawcą. Może tu zajść konieczność zawarcia układu płacowego przed rozpoczęciem produkcji pewnego towaru. Chociaż interesy obu stron mogą się różnić w kwestii wynagrodzenia pracownika, jednak ich interesy mogą okazać się zgodne z innego punktu widzenia. Obie strony mogą na przykład życzyć sobie, żeby kontrakt obejmował premię dla pracownika w przypadku jego wyjątkowych wyników, gdyż wtedy premia będzie stanowiła dla pracownika właściwy bodziec do wytworzenia zysku, który obie strony będą mogły podzielić między siebie w dowolny sposób. Możemy tu rozpoznać temat 'powiększania tortu' z popularnych książek o negocjacjach dla czytelników interesujących się zarządzaniem. Jest to jednak także dobry przykład, w jaki sposób kwestie konfliktu i kooperacji jednocześnie wynikają w różnych sytuacjach.

Wstęp

Gry mogą być opisane matematycznie na wiele sposobów, ale wszystkie reprezentacje mają następujące wspólne elementy formalne:

1. lista graczy,
2. kompletny opis tego, co gracze mogą zrobić (ich możliwe akcje),
3. opis tego, co gracze wiedzą, kiedy mają podjąć decyzję,
4. opis tego, w jaki sposób akcje graczy prowadzą do wyników
5. specyfikacja preferencji graczy względem możliwych wyników.

Wstęp

Na niskim poziomie abstrakcji matematyczna reprezentacja gry przypomina opis gier towarzyskich. Na przykład, reguły gry planszowej w szachy określają dokładnie elementy od 1 do 4:

- jest dwóch graczy;
- gracze na przemian przesuwają na szachownicy figury i pionki zgodnie z regułami określającymi, jakie posunięcia można wykonać w każdej konfiguracji na szachownicy;
- gracze poznają nawzajem swoje posunięcia, a więc każdy z nich poznaje całą historię gry w miarę jej przebiegu;
- gracz, który osaczy króla drugiego gracza) wygrywa grę; w pewnych sytuacjach gra kończy się remisem.

Chociaż element 5 nie wynika bezpośrednio z reguł gry, jednak na ogół przyjmuje się, że gracze wolą zwycięstwo od remisu, a remis od przegranej.

Postać ekstensywna

Przykład: konflikt dwu firm Studio Disneya i Dreamwork SKG w sprawie produkcji bliźniaczych filmów animowanych o mrówkach. W firmie Dreamwork SKG produkcją tego filmu kierował Jeffrey Katzenberg, który przedtem z powodu konfliktu opuścił Studio Disneya, kiedy tylko rozmawiano o możliwości produkcji takiego filmu. Pojawiły się więc podejrzenia, że Katzeberg ukradł pomysł. W Studio Disneya produkcją filmu o mrówkach kierował Michael Eisner.

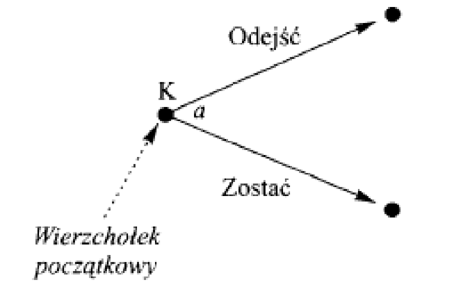
Pomyślmy o tej historii jak o grze między Katzenbergiem a Eisnerem, którzy w proponowanym modelu będą graczami.

Postać ekstensywna

Przykład c.d. 1

Przyjmijmy, że gra zaczyna się od decyzji Katzenterga, czy zrezygnować z pracy dla Disneya. Wierzchołek *a* na rys. 1 wskazuje miejsce w grze odpowiadające tej decyzji. Ponieważ ta decyzja rozpoczyna grę, *a* nazywa się wierzchołkiem początkowym. Każda gra w postaci ekstensywnej ma dokładnie jeden wierzchołek początkowy. Dwie opcje Katzenterga – zostać czy odejść – odpowiadają dwóm krawędziom, narysowanym jako strzałki wychodzące z wierzchołka *a*. Zauważmy, że krawędzie mają swoje nazwy, a wierzchołek *a* jest oznaczony inicjałem Katzenterga, że to on wykonuje posunięcie w grze. Te krawędzie prowadzą od wierzchołka *a* do dwóch innych wierzchołków.

Postać ekstensywna



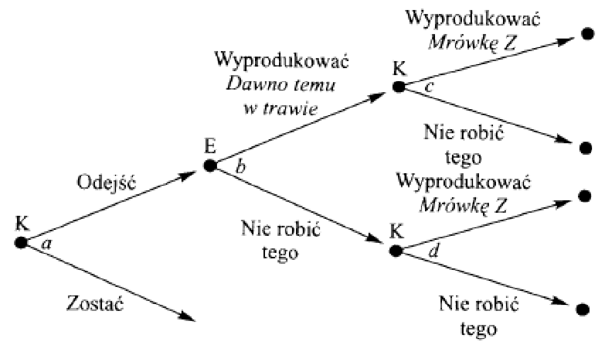
Rys. 1: Pierwsze posunięcie Katzenberga

Postać ekstensywna

Przykład c.d. 2

Jeżeli Katzenberg odejdzie, to zostaną podjęte dalsze decyzje. Najpierw Eisner musi zdecydować, czy podjąć produkcję – wierzchołek b na rys. 2.

Postać ekstensywna



Rys. 2: Po uwzględnieniu decyzji o produkcji

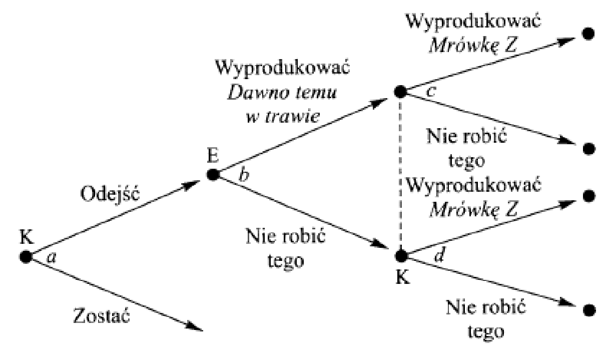
Postać ekstensywna

Przykład c.d. 3

Po decyzji Eisnera czy podjąć produkcję *Dawno temu w trawie*, Katzenberg musi zdecydować, czy będzie produkował *Mrówkę* (wierzchołki c lub d na rys. 2).

Czy to drzewo dobrze opisuje sytuację, jaką mają gracze podejmując działania? W modelu ekstensywnym gracze wiedzą gdzie się znajdują, ale nie wiedzą jaka decyzję podejmie przeciwnik, wiedzą o swoich wzajemnych posunięciach po niewczasie. Na rys. 3 uchwycono ten brak informacji za pomocą przerywanej kreski łączącej wierzchołki c i d.

Postać ekstensywna



Rys. 3: Po uwzględnieniu braku informacji

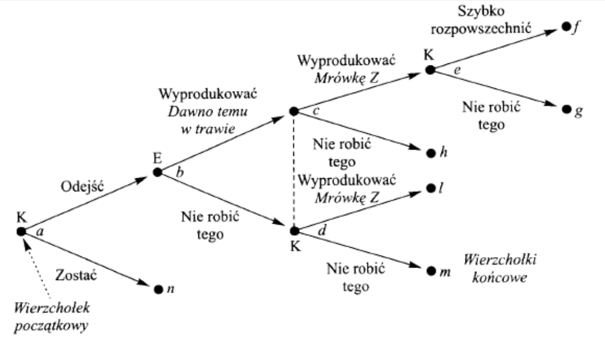
Przykład c.d. 4

Jeżeli obaj gracze zdecydują się na produkcję swoich filmów, to Katzenberg musi podjąć jeszcze inną decyzję: czy i kiedy rozpowszechniać *Mrówkę*, żeby wygrać z konkurencją?

Uzupełniając drzewo o tę decyzję, otrzymujemy rys. 4. Katzenberg ma dokonać wyboru w wierzchołku e kiedy już wie, że Eisner zdecydował się wyprodukować *Dawno temu w trawie*.

Na rysunku 4 przedstawiono wszystkie akcje graczy oraz informację w grze. Wierzchołki (a, b, c, d e) nazywają się wierzchołkami decyzyjnymi, bo gracze podejmują decyzje w tych miejscach gry. Pozostałe wierzchołki (f, g, h, l, m, n) nazywają się wierzchołkami końcowymi; odpowiadają one *wynikom gry* – miejscom, w których gra się kończy.

Postać ekstensywna



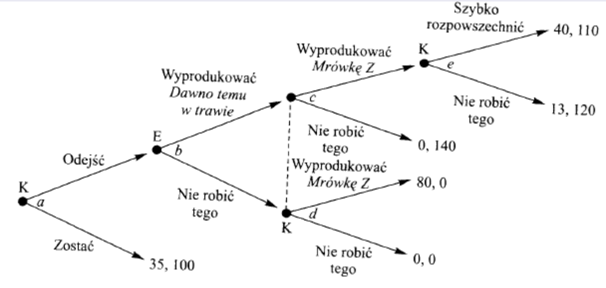
Rys. 4: Pełne drzewo gry

Przykład c.d. 5

W wielu grach ekonomicznych sensownie jest przyjąć, ż graczom zależy na zyskach, a więc Katzenbergowi i Eisnerowi też.

Przyjmijmy, że gdyby Katzenberg został u Disneya, to dostałby 35 milionów dolarów, a Eisner - 100 milionów dolarów, czyli wierzchołek z wypłatą kończąca grę ma wartość (35, 100). Konwencja: na pierwszym miejscu wypłata dla gracza rozpoczynającego grę. Wyniki pokazano na rys. 5.

Postać ekstensywna



Rys. 5: Postać ekstensywna gry 'mrówki'

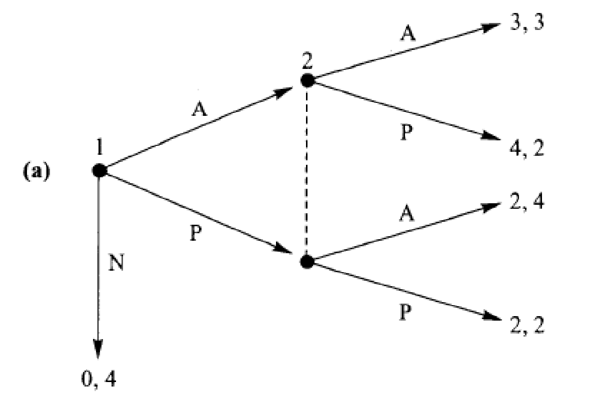
Strategie

Definicja

Strategia to kompletny plan działania gracza, uwzględniający wszystkie możliwe sytuacje.

Najprostszym sposobem zapisania strategii jest zapisanie ciągu etykiet (nazw) odpowiadających akcjom wybranym w poszczególnych zbiorach informacyjnych.

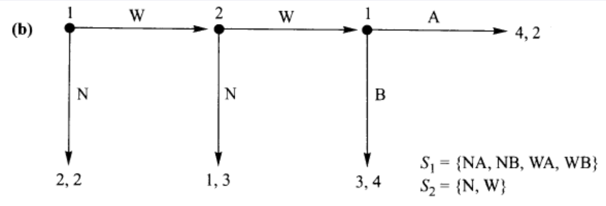
Postać ekstensywna



Rys. 6: Gra w postaci ekstensywnej (a)

W grze na rys. 7 gracz 1 decyduje się wejść (W) albo nie wchodzić (N). Jeżeli wybierze N, to gra się kończy,a wektorem wypłat jest $(2, 2)$. Jeżeli wybierze W, to teraz gracz 2 staje przed takim samym wyborem. Jeżeli gracz 2 wybierze N, to gra kończy się z wektorem wypłat $(1, 3)$. Jeżeli wybierze W, to gracz 1 ma jeszcze jeden wybór, między A a B (gra kończy się wtedy z wypłatami, odpowiednio $(4, 2)$ i $(3, 4)$. Gracz 1 ma dwa zbiory informacyjne, a gracz 2 jeden. Zwróćmy uwagę, że w tej grze strategia gracza 1 określa, co zrobić na początku gry oraz jaką podjąć akcję w drugim zbiorze informacyjnym. Tak więc gracz 1 ma cztery strategie: NA, NB, WA, WB

Postać ekstensywna



Rys. 7: Gra w postaci ekstensywnej (b)

Postać normalna

Postać ekstensywna to bezpośredni sposób przedstawienia gry. Inny sposób formalnej reprezentacji gier opiera się na pojęciu **strategii**. Taka alternatywna reprezentacja jest bardziej zwarta niż reprezentacja ekstensywna i w pewnych sytuacjach lepiej się nią posłużyć. Kiedy już przedstawimy pojęcia racjonalności w grach, staną się widoczne subtelne różnice między tymi dwoma sposobami reprezentacji gier.
W grze w postaci ekstensywnej określa się przestrzenie strategii graczy, a każdy profil strategii graczy wyznacza pewien konkretny przebieg gry. Znaczy to, ze każdy profil strategii informuje nas o przebytej wzdłuż drzewa ścieżce albo, równoważnie, o wierzchołku końcowym, w którym gra się skończy. Z każdym wierzchołkiem końcowym (który możemy nazwać wynikiem gry) jest związany wektor wypłat poszczególnych graczy. Stwierdzamy więc, ze każdy profil strategii jednoznacznie wyznacza wektor wypłat.

Postać normalna

Dla każdego gracza i definiujemy funkcję

$$u_i : S \longrightarrow \mathbb{R}$$

której dziedziną jest zbiór profilów strategii i której wartościami są liczby rzeczywiste, w taki sposób, że dla każdego wybranego przez graczy profilu strategii $s \in S$, $u_i(s)$ oznacza wypłatę gracza i w tej grze.
Funkcję u nazywa się *funkcją wypłaty* gracza i.

Postać normalna

Rozpatrzmy na przykład grę przedstawioną na rys. 7. Zbiorem profilów strategii graczy w tej grze jest

$$S = \{(NA, N), (NA, W), (NB, N), (NB, W),\\ (WA, N), (WA, W), (WBN), (WB, W)\}$$

Funkcja wypłaty u_i gracza i jest zdefiniowana na zbiorze S, a więc $u_i(s)$ to wypłata gracza i, kiedy zostanie wybrany profil strategii s. Najprostszy sposób, żeby zobaczyć, jak definiuje się u_i to przejść przez drzewo od wierzchołka początkowego w sposób wyznaczony przez profil strategii. Przykładowo: $u_1(NA, N) = 2$, $u_1(WA, W) = 4$, $u_2(WA, N) = 3$ itd.

Strategia dominująca i zdominowana

Strategia dominująca

najlepsza ze wszystkich możliwych strategii, niezależnie od decyzji, jaką podejmie drugi gracz

Strategia zdominowana

to strategia, względem której istnieje inna strategia, która jest zawsze lepsza, niezależnie od decyzji, jaką podejmie drugi gracz – takich strategii może być wiele

Strategie słabo- mocno-dominując

Istnieją sytuacje, gdy jakaś strategia nie jest strategią dominującą, a jednocześnie pozwala na osiągnięcie graczowi najwyższych wypłat, niezależnie od decyzji, jaką podjął przeciwnik.

1. Strategie dominujące
   - mocno dominujące
   - słabo dominujące – nie istnieje strategia lepsza przy dowolnej decyzji, jaką podjąłby drugi gracz
2. Strategie zdominowane
   - mocno
   - słabo – istnieje(ą) strategia(e), która(e) jest(są) zawsze niegorsza(e), niezależnie od decyzji, jaką podejmie drugi gracz

Postać normalna

Wygodnym sposobem opisu przestrzeni strategii graczy i ich funkcji wypłat w grze dwuosobowej, w której każdy gracz ma skończoną liczbę strategii, jest przedstawienie ich w postaci macierzy. Każdy wiersz macierzy odpowiada strategii gracza 1, a każda kolumna odpowiada strategii gracza 2. Każda klatka w macierzy odpowiada pewnemu profilowi strategii. W tym miejscu wpisujemy wektor wypłat związany z tym profilem strategii. Na przykład gra z rys. 7 została przedstawiona za pomocą macierzy na rys. 8. W reprezentacji macierzowej stosujemy zasadę uwzględniania najpierw wypłat gracza 1.

Postać normalna

1 \ 2	W	N
NA	2, 2	2, 2
NB	2, 2	2, 2
WA	4, 2	1, 3
WB	3, 4	1, 3

Rys. 8: Gra w postaci normalnej

Postać normalna

Gry klasyczne

Orzeł i reszka: gracze jednocześnie i niezależnie od siebie wybierają 'orła' albo 'reszkę', pokazując monetę na swojej ręce. Jeżeli ich wybór jest zgodny, to gracz 2 musi oddać swoją monetę graczowi 1; w przeciwnym wypadku gracz 1 oddaje swoją monetę graczowi 2.

Postać normalna

Gry klasyczne

Dylemat więźnia: władze pochwyciły dwóch przestępców, o których wiadomo, ze popełnili określoną zbrodnię. Władze majQ jednak tyiko dorr- Władze mają jednak tylko dowody wystarczając na skazanie ich za mniejsze wykroczenie. Jeżeli żaden podejrzany nie przyzna się do winy, to obaj zostaną skazani za to mniejsze wykroczenie i zapłacą niewielką grzywnę. Władze umieściły więźniów w oddzielnych celach i każdemu z nich proponują doniesienie na drugiego. Doniesienie odpowiada strategii P (przyznać się), a odmowa odpowiada strategii N (nie przyznać się), czyli współpracować z drugim więźniem. Każdemu z więźniów powiedziano, że jeśli się przyzna, to zostanie zwolniony, jednak jego zeznanie zostanie wykorzystane do skazania drugiego więźnia za zbrodnię. Jeżeli obaj więźniowie doniosą na siebie nawzajem, to zostanę skazani na więzienie, ale ze względu na fakt współpracy z wymiarem sprawiedliwości ich wyrok będzie zmniejszony. Więzień znajdzie się w najlepszej sytuacji, kiedy przyzna się, a jego wspólnik nie (wypłata 3); kolejna wypłata (2) zostanie dokonana, kiedy żaden więzień się nie przyzna; potem mamy wypłaty w sytuacji, kiedy obaj więźniowie doniosą nawzajem na siebie (wypłata 1); najgorsza jest sytuacja więźnia, który się nie przyzna, podczas gdy drugi doniesie na niego.

Postać normalna

Gry klasyczne

Walka płci: gra dotyczy właściwie dwojga przyjaciół, którzy chcą wspólnie obejrzeć film albo iść do opery. Niestety, pracują oni w odległych dzielnicach miasta i z powodu awarii sieci telefonicznej nie mogą się ze sobą skomunikować. Musza jednak jednocześnie i niezależnie od siebie wybrać imprezę, na którą każde z nich pójdzie. Jest tylko jedno kino i jedna opera, więc przyjaciele spotkają się, jeżeli uda im się skoordynować swoje decyzje. Przyjaciele chcieliby być razem bez względu na to, czy będzie to kino, czy opera, jednak gracz 1 woli operę a gracz 2 woli kino.

Postać normalna

1 \ 2	O	R
O	1, –1	–1, 1
R	–1, 1	1, –1

Orzeł i reszka

1 \ 2	N	P
N	2, 2	0, 3
P	3, 0	1, 1

Dylemat więźnia

1 \ 2	Opera	Kino
Opera	2, 1	0, 0
Kino	0, 0	1, 2

Walka płci

Rys. 9: Klasyczne gry w postaci normalnej

Równowaga Nasha

Zachowanie racjonalne

Mijanie się na chodniku:

- ustąpić
- nie ustąpić
- zachować się zgodnie z obowiązującą kulturą

Gra *ominięcie przechodnia na chodniku* jest faktycznie rozgrywana w społeczeństwie codziennie, a historyczny precedens pomógł uporządkować nasze oczekiwania i zachowanie. Na ogół, żeby uniknąć kolizji, ludzie schodzą na prawo. Trudno powiedzieć, jak do tego doszło: może jest to wynik losowych prób. Niezależnie od przyczyn, ludzie zaczęli oczekiwać, że inni w celu uniknięcia kolizji, będą schodzić na prawo. Jest to konwencja społeczna, obowiązująca w tym większym stopniu, im bardziej ludzie się do niej stosują.

Równowaga Nasha

Zachowanie racjonalne

Historia, zasady i komunikacja są równie przydatne w koordynacji przypuszczeń i zachowań w sytuacjach ekonomicznych, jak w grze omijania przechodniów na chodniku. Firmy, które konkurują ze sobą przez dłuższy czas często wpadają w rutynę, przy której dyrektor każdej firmy nauczył się już dokładnie przewidywać, jakie strategie będą stosowane przez jego konkurentów w poszczególnych tygodniach. Partnerzy biznesowi, którzy współpracują od dawna nad podobnymi projektami uczą się, czego można się nawzajem po sobie spodziewać. Mogą się tez komunikować i w ten sposób koordynować swoje działania. Negocjowanie ceny domu może być ograniczone do pewnych norm społecznych, nawet jeśli strony mają niewielkie osobiste doświadczenia rynkowe. Ich oczekiwania i zachowania są często ukierunkowane przez zachowania innych, którzy rozgrywali już tę grę w przeszłości

Równowaga Nasha

Zachowanie racjonalne

Idea analizy racjonalnego zachowania polega na tym, że działanie pewnych sił społecznych wpływa na *koordynację* albo *kongruencję* zachowania w grze. Kongruencja odnosi się do konsekwentnych zachowań w grze, która jest rozgrywana w pewnym społeczeństwie od dawna albo jest rozgrywana przez te same strony, które wielokrotnie ją powtarzają. Podamy trzy wersje pojęcia kongruencji odnoszące się do różnych sytuacji

Równowaga Nasha

1. Gra jest wielokrotnie rozgrywana w pewnej społeczności albo przez jakąś grupę zainteresowanych osób. Postępowanie graczy 'utrwala' zwyczaj, że te same strategie są używane w kolejnych partiach gry.
2. Gracze spotykają się przed rozegraniem gry i porozumiewają się co do strategii, jakich będą używać. W dalszym ciągu wszyscy gracze przestrzegają tego porozumienia.
3. Zewnętrzny mediator zaleca graczom zastosowanie w grze konkretnego profilu strategii. Każdy gracz, jeżeli uwierzy, że inni zastosują się do sugestii mediatora, będzie również miał powody, żeby się do nich zastosować.

Równowaga Nasha

(zwana po prostu równowagą) to takie pary strategii, które są najlepszymi odpowiedziami na siebie nawzajem.

- Gdy w grze zostanie osiągnięta równowaga Nasha, żaden z graczy nie może poprawić swojego wyniku poprzez jednostronną zmianę wybranej strategii.
- W jednej grze może być kilka równowag Nasha.
- W równowadze Nasha wybór przez jednego z graczy danej strategii jest najlepszą odpowiedzią na strategię drugiego gracza i na odwrót, strategia drugiego gracza jest najlepszą odpowiedzią na strategię pierwszego gracza

Równowaga Nasha

Dylemat więźnia

W dylemacie więźnia więzień 1 i więzień 2 mieli strategię dominującą *przyznać się*. Równowagą Nasha w tej grze będzie zatem kombinacja (*przyznać się*, *przyznać się*). Gdy obaj gracze przyznają się do winy, żaden z nich nie zwiększyłby swojej wypłaty zmieniając jednostronnie strategię i nie przyznając się do winy. Jeżeli bowiem więzień 1 przyzna się do winy, najlepszą odpowiedzią więźnia 2 jest także przyznać się i na odwrót, jeżeli więzień 2 przyzna się do winy, najlepszą odpowiedzią więźnia 1 jest również przyznanie się do winy.

Równowaga Nasha

Dylemat więźnia

Równowaga Nasha nie oznacza tego, że obaj gracze osiągają największe możliwe wypłaty. Jak zauważyliśmy, gdyby obaj gracze nie przyznali się do winy, uzyskaliby wyższe wypłaty niż przyznając się do winy. Nie jest jednak równowagą Nasha, bo takie rozwiązanie zakłada współpracę obu graczy (musieliby wybrać strategie zdominowane!).

Algorytm szukania równowagi Nasha 1

Rozważmy następującą grę:

G1/G2	Strategia D	Strategia E	Strategia F
Strategia A	(10; 12)	(1; 9)	(5; 1)
Strategia B	(2; 6)	(3; 8)	(4; 7)
Strategia C	(6; 7)	(1; 8)	(4; 6)

Algorytm szukania równowagi Nasha 2

Dla każdej strategii gracza 2 kolorem czerwonym oznaczmy najlepszą strategię (odpowiedź) gracza 1.

- gdy G2 $\rightarrow D$, to G1 $\rightarrow A$
- gdy G2 $\rightarrow E$, to G1 $\rightarrow B$
- gdy G2 $\rightarrow F$, to G1 $\rightarrow A$

G1/G2	Strategia D	Strategia E	Strategia F
Strategia A	(10; 12)	(1; 9)	(5; 1)
Strategia B	(2; 6)	(3; 8)	(4; 7)
Strategia C	(6; 7)	(1; 8)	(4; 6)

Algorytm szukania równowagi Nasha 3

Dla każdej strategii gracza 1 kolorem zielonym oznaczmy najlepszą strategię (odpowiedź) gracza 1.

- gdy G1 $\rightarrow A$, to G2 $\rightarrow D$
- gdy G1 $\rightarrow B$, to G2 $\rightarrow E$
- gdy G1 $\rightarrow C$, to G2 $\rightarrow E$

G1/G2	Strategia D	Strategia E	Strategia F
Strategia A	(10; 12)	(1; 9)	(5; 1)
Strategia B	(2; 6)	(3; 8)	(4; 7)
Strategia C	(6; 7)	(1; 8)	(4; 6)

Algorytm szukania równowagi Nasha 4

Równowagami Nasha będą te komórki tabeli (a co za tym idzie – odpowiadające im pary strategii), w których będzie kolor zielony i czerwony.

- gdy G1 $\rightarrow A$, a G2 $\rightarrow D$, to wypłaty wynoszą 10 dla gracza 1 oraz 12 dla gracza 2)
- gdy G1 $\rightarrow B$, a G2 $\rightarrow E$, to wypłaty wynoszą 3 dla gracza 1 oraz 8 dla gracza 2

G1/G2	Strategia D	Strategia E	Strategia F
Strategia A	(10; 12)	(1; 9)	(5; 1)
Strategia B	(2; 6)	(3; 8)	(4; 7)
Strategia C	(6; 7)	(1; 8)	(4; 6)

Strategie czyste i mieszane

- Dotychczas każdy z graczy dokonywał wyboru danej strategii z całkowita¸ pewnością. Stosował zatem strategie czyste. Uzyskane w taki sposób równowagi Nasha noszą nazwę równowag Nasha w strategiach czystych.
- W odróżnieniu od strategii czystych, strategie mieszane zakładają, że gracze w sposób losowy decydują o wyborze jednej ze swoich strategii czystych.
- Równowagami Nasha w strategiach mieszanych będziemy określać takie równowagi, w których gracze stosują strategie mieszane.

Strategie mieszane

- Jeżeli nie występuje równowaga Nasha w strategiach czystych, gracze musza¸ stosować strategie mieszane.
- Strategie mieszane polegają na tym, że gracze w sposób losowy z określonym prawdopodobieństwem wybierają swoje strategie czyste.
- Przyjęte przez jednego z graczy warto´sci prawdopodobieństwa muszą być takie, że wielkości wypłat drugiego gracza zrównają sie¸ dla każdej z czystych strategii należących do zbioru jego możliwych posunie¸ć.

Równowaga Nasha

W każdej grze (o skończonej liczbie graczy i ruchów) istnieje co najmniej jedna równowaga Nasha. Jeżeli nie ma równowagi w strategiach czystych, to na pewno występuje równowaga Nasha w strategiach mieszanych. Może się też zdarzyć, że w jakiejś grze występują zarówno równowagi Nasha w strategiach czystych, jak i mieszanych.

Jak grać?

Teoria gier dostarcza następującej odpowiedzi:

- W sytuacjach, w których konkurenci podejmują działania niezależnie od siebie (a zatem niemożliwa jest zmowa), każdy gracz powinien stosować strategię zapewniającą osiągnięcie równowagi. Strategia zapewniająca równowagę pozwala zmaksymalizować wielkość wypłaty każdego z graczy w warunkach określonych przez wybór strategii dokonany przez przeciwnika. Reguła powyższa oznacza, że każdy z graczy powinien wybrać strategię zapewniającą równowagę Nasha.
- Jeżeli jest kilka równowag Nasha, nie ma powszechnie stosowanej reguły dotyczącej tego, którą z równowag należy wybrać.

Reguła wyboru równowagi

Reguła najlepszej równowagi

zaproponowana przez Harsányi'ego i Seltena jest następująca:

- spośród wszystkich równowag gracze powinni wybrać równowagę dominującą ze względu na wypłaty; (taka równowaga, w której wypłata każdego z graczy jest największa ze zbioru wypłat danego gracza we wszystkich równowag Nasha)
- jeżeli nie ma równowagi dominującej ze względu na wypłaty, gracze powinni wybrać równowagę dominującą ze względu na ryzyko (taka równowaga, która odznacza się najmniejszym ryzykiem związanym z wyborem poszczególnych strategii).

Literatura

1. J. Watson, Strategia, wprowadzenie do teorii gier, WNT, Warszawa 2005
2. J. von Neumann, O. Morgenstern, Theory of games and economic behavior, Princeton University Press, 1944

Koniec?

Koniec wykładu 10